**Wymagania edukacyjne z matematyki – klasa III TOT**

**ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
* rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne (, ) metodą rozkładu na czynniki;
* określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
* określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze;
* dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie;
* rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
* przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej;
* odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej;
* rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
* wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności;
* znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
* podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
* rozwiązywać równanie postaci , gdzie jest funkcją kwadratową;
* wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
* rozwiązywać układy nierówności kwadratowych;
* wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
* zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku;
* rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
* odczytywać z wykresu funkcji kwadratowej liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru .

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
* sprowadzać na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
* wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
* znajdować na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową, i szkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny;
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące funkcji kwadratowej.

**WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów;
* określać stopień wielomianu;
* obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów;
* dodawać i odejmować wielomiany;
* mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów;
* zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci , ,

 , w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;

* przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia;
* sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
* odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
* podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki;
* rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia;
* rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów;
* rozwiązywać równania wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki;
* dzielić wielomiany pisemnie;
* zapisywać wielomiany w postaci , mając dane wielomiany i ;
* stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta;
* dzielić wielomian przez dwumian przy użyciu schematu Hornera;
* rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta;
* wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych;
* określać stopień wielomianu wielu zmiennych;
* obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych;
* określać dziedzinę wyrażenia wymiernego;
* skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
* sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;
* dodawać i odejmować wyrażenia wymierne;
* mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
* rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
* wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
* wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby został spełniony dany warunek;
* wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów;
* zapisywać sumę algebraiczną w postaci , ,

 , ;

* stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie;
* rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych wyrazów;
* rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania;
* stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych;
* wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki;
* stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie;
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów;
* rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem;
* znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi;
* stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie;
* wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych;
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu lub wydajności pracy).

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* udowodnić poprawność schematu Hornera;
* udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
* rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany postaci np. lub ;
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące wielomianów.

**PLANIMETRIA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta;
* wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
* wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta;
* wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt;
* określać wzajemne położenie dwóch okręgów;
* korzystać z własności stycznej do okręgu;
* określać wzajemne położenie okręgu i prostej;
* korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych;
* korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
* stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego;
* stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku;
* stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym luku;
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy;
* obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych;
* stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków;
* stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych;
* rozpoznawać figury podobne;
* obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
* rozpoznawać trójkąty podobne;
* stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów;
* poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych;
* stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;
* stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta;
* stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych;
* korzystać z własności okręgów stycznych;
* korzystać z własności okręgów w wieloetapowych zadaniach geometrycznych;
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;
* stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu;
* stosować zależność między kątem środkowymi i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy;
* stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych;
* rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa;
* rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym;
* stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
* wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie;
* stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
* rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem;
* korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie.

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

udowodnić twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym opartych na tym samym łuku;

udowodnić twierdzenie Talesa;

udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;

* stosować własności okręgów i trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia kątów wpisanych opartych na tym samym łuku lub trójkątów podobnych

rozwiązywać trudniejsze zadania konstrukcyjne (np. konstruować styczną do okręgu z punktu leżącego poza tym okręgiem lub konstruować odcinek o długości będącej średnią geometryczną dwóch danych odcinków) i udowadniać poprawność takich konstrukcji.

**FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach;
* obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;
* konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
* posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów 30º, 45º, 60º;
* korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
* znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną);
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią ;
* stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego: , , , w prostych przypadkach;
* znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
* wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów;
* stosować wzór , gdzie jest kątem ostrym;
* wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego;
* prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych;
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych;
* stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych;
* korzystać ze wzoru na pole trójkąta w przypadku kąta rozwartego;
* stosować w zadaniach podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego: , ;
* znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
* udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach;
* wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
* sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek;
* stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach;
* korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie;
* korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań;
* korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym;
* konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
* stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie;
* udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia;
* rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość , obliczyć .

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* udowodnić wzory redukcyjne dla kątów rozwartych;
* wyprowadzić wzór ;
* rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, np. zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach.

**FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych;
* przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
* wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej;
* obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;
* rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej;
* stosować w zadaniach wzory na logarytm iloczynu i ilorazu;
* stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi;
* sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych;
* przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
* obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
* wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie;
* wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
* wyznaczać dziedzinę funkcji typu ;
* odczytywać z wykresów funkcji i rozwiązanie nierówności , korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej;
* rozwiązywać z zastosowaniem logarytmów zadania osadzone w kontekście praktycznym.

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* udowodnić wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;
* rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności, wykorzystując własności logarytmów oraz własności funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej.